公倍数と公約数

目次

1　倍数

1.1　[復習] 奇数と偶数

1. 次の文章について, 正しい言葉を選び, ○ をつけましょう.

- 12 は 2 で {割り切れる / 割り切れない} ので, 12 は**偶数**である.
- 25 は 2 で {割り切れる / 割り切れない} ので {**偶数**である. / **奇数**である.}
- また, 奇数の {15 / 16} と, 偶数の {23 / 24} を足すと, {**偶数**になる. / **奇数**である.}

2. 次の文章について, 正しい言葉を選び, ○ をつけましょう.

また, $\boxed{}$ には正しい数字を入れましょう. (これは, この先の問題でも同じです)

- 134 は 2 で {割り切れる / 割り切れない} ので {偶数 / 奇数}
- 134 の 1 の位は $\boxed{4}$ であり {偶数 / 奇数}
- 85 は 2 で {割り切れる / 割り切れない} ので {偶数 / 奇数}
- 85 の 1 の位は $\boxed{5}$ であり {偶数 / 奇数}

奇数と偶数を見分ける方法

どんな整数も,

{ **1の位が奇数ならば, 元の数も奇数.** / **1の位が偶数 (0 もＯＫ) ならば, 元の数も偶数.** }

3. 次の数字の中から, 偶数だけに ○ をつけましょう.

24,　13,　16,　8,　29,　45,　47,　74,　136,　57,　219

4. 次の文章について, 正しいものを**すべて**選びましょう.　**(イ), (エ), (オ)**

(ア) 35 人のクラスで 2 人 1 組のペアを作ったら, 誰もあまらなかった.

(イ) お父さんのお土産は 15 個入りのお菓子だった. 1 人で 2 個ずつ食べたら, 1 つあまった.

(ウ) 4 月には, 奇数回, 一日がやってくる.

(エ) 奇数と奇数を足すと, 必ず偶数になる.

(オ) 345621930 は偶数だ.

1.2 倍数とは

■3 の倍数

3 の倍数とは, 3 で割り切れる数のこと. (0 は考えない)

1. 次の数字の中から, 3 の倍数だけに ○ をつけましょう.

24, 15, 12, 8, 29, 45, 47, 73

2. 一番小さい 3 の倍数は **3** です.

2 番目に小さい 3 の倍数は $\boxed{\mathbf{6}}$, 3 番目に小さい 3 の倍数は $\boxed{\mathbf{9}}$ です.

■4 の倍数

4 の倍数とは, 4 で割り切れる数のこと. (0 は考えない)

3. 次の数字の中から, 4 の倍数だけに ○ をつけましょう.

24, 15, 12, 8, 29, 45, 47, 73

4. 一番小さい 4 の倍数は $\boxed{\mathbf{4}}$ です.

2 番目に小さい 4 の倍数は $\boxed{\mathbf{8}}$, 3 番目に小さい 4 の倍数は $\boxed{\mathbf{12}}$ です.

■5 の倍数, 6 の倍数, 7 の倍数, · · ·

5 の倍数とは, 5 で割り切れる数のこと. 6 の倍数, 7 の倍数, · · · も同じ.

5. 次の数字の中から, 5 の倍数に ○ をつけましょう. 8 の倍数に△をつけましょう.

24, 15, 12, 8, 29, 45, 47, 73

6. 一番小さい 6 の倍数は $\boxed{\mathbf{6}}$ です.

2 番目に小さい 6 の倍数は $\boxed{\mathbf{12}}$, 3 番目に小さい 6 の倍数は $\boxed{\mathbf{18}}$ です.

7. 一番小さい 10 の倍数は $\boxed{\mathbf{10}}$ です.

2 番目に小さい 10 の倍数は $\boxed{\mathbf{20}}$, 3 番目に小さい 10 の倍数は $\boxed{\mathbf{30}}$ です.

■倍数の作り方

1. (1) 7 の倍数を, 小さい順に 3 つ書きましょう.　（ **7, 14, 21** ）

(2) 11 の倍数を, 小さい順に 3 つ書きましょう.　（ **11, 22, 33** ）

> **もとの数を１倍, ２倍, ３倍, ··· としていくと,**
> **その数の倍数を作ることができます.** （小さい順にできる）
> これが**倍数**という名前の由来です.

2. (1) 16 の倍数を, 小さい順に 5 つ書きましょう.　（ **16, 32, 48, 64, 80** ）

(2) 25 の倍数を, 小さい順に 5 つ書きましょう.　（ **25, 50, 75, 100, 125** ）

1.3　倍数の問題

1. 次の文章について, 正しければ ○ を, 間違っていれば × をつけなさい.

(1) （ ○ ） 40 個のクッキーを 5 人で同じ個数ずつ分けると, クッキーは全部なくなった.

(2) （ × ） クッキーを 10 枚ずつ焼いて, 今, 52 枚焼きおわった.

(3) （ ○ ） 30 は, 5 の倍数でも, 6 の倍数でもある.

2. (1) 今月は 7 日が土曜日だった. 次の土曜は $\boxed{\mathbf{14}}$ 日で, その次の土曜は $\boxed{\mathbf{21}}$ 日になる.

つまり今月の土曜の日にちは $\boxed{\mathbf{7}}$ の倍数になっている.

(2) ともえさんの家の前の線路は, 15 分おきに貨物列車が通過する. 今, 貨物列車が通過したので, これから（時間の早い順に） $\boxed{\mathbf{15}}$ 分後, $\boxed{\mathbf{30}}$ 分後, $\boxed{\mathbf{45}}$ 分後, $\boxed{\mathbf{60}}$ 分後にも貨物列車が通過する.

(3) 6 で割り切れる数を（0 以外で）小さい順に書くと $\boxed{\mathbf{6}}$, $\boxed{\mathbf{12}}$, $\boxed{\mathbf{18}}$, ··· になる.

6 で割って 1 余る数を小さい順に書くと **1**, $\boxed{\mathbf{7}}$, $\boxed{\mathbf{13}}$, $\boxed{\mathbf{19}}$, ··· になる.

6 で割って 2 余る数を小さい順に書くと **2**, $\boxed{\mathbf{8}}$, $\boxed{\mathbf{14}}$, $\boxed{\mathbf{20}}$, ··· になる.

3. (1) 100 より小さい 7 の倍数のうち,
一番大きな数を答えなさい.

98

(2) 100 より小さい 7 の倍数は何個あるだろうか.

14 個

2 共通の倍数 — 公倍数, 最小公倍数

2.1 「公倍数」の中でもっとも小さな「最小公倍数」

1. (1) 2 の倍数を小さい順に 10 こ書くと, (**2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20**) です.

(2) 3 の倍数を小さい順に 10 こ書くと, (**3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30**) です.

(3) 2 の倍数であり 3 の倍数でもある数を, 小さい順に 3 つ書くと $\boxed{\mathbf{6}}$, $\boxed{\mathbf{12}}$, $\boxed{\mathbf{18}}$ です.

これら 3 つの数はすべて $\boxed{\mathbf{6}}$ の倍数になっています.

> 2 の倍数であり 3 の倍数である数を **2と3の公倍数**と言います.
> また, 2 と 3 の公倍数のうち, 一番小さな **6** を **2と3の最小公倍数**と言います.

2. (1) 4 の倍数を小さい順に 10 こ書くと, (**4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40**) です.

(2) 6 の倍数を小さい順に 10 こ書くと, (**6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60**) です.

(3) 4 の倍数であり 6 の倍数でもある数を, 小さい順に 3 つ書くと $\boxed{\mathbf{12}}$, $\boxed{\mathbf{24}}$, $\boxed{\mathbf{36}}$ です.

これら 3 つの数はすべて $\boxed{\mathbf{12}}$ の倍数になっています.

> 4 の倍数であり 6 の倍数である数を **4と6の公倍数**と言います.
> また, 4 と 6 の公倍数のうち, 一番小さな **12** を **4と6の最小公倍数**と言います.

3. (1) 6 の倍数を小さい順に 3 こ書くと, (**6, 12, 18**) , 9 の倍数を小さい順に 3 こ書くと, (**9, 18, 27**) です. だから 6 と 9 の最小公倍数は $\boxed{\mathbf{18}}$ です.

また, 6 と 9 の公倍数を小さい順に 3 つ書くと $\boxed{\mathbf{18}}$, $\boxed{\mathbf{36}}$, $\boxed{\mathbf{54}}$ です.

(2) 3 の倍数を小さい順に 4 こ書くと (**3, 6, 9, 12**) , 4 の倍数を小さい順に 4 こ書くと (**4, 8, 12, 16**) です. だから, 3 と 4 の最小公倍数は $\boxed{\mathbf{12}}$ です.

また, 3 と 4 の公倍数を小さい順に 3 つ書くと $\boxed{\mathbf{12}}$, $\boxed{\mathbf{24}}$, $\boxed{\mathbf{36}}$ です.

> 2 つ以上の整数の, <u>共通の倍数</u> を**公倍数**といい, 一番小さい公倍数を**最小公倍数**という.
> **公倍数を求めるには, 最小公倍数を１倍, ２倍, ３倍, · · ·** すればよい.

4. 次の 2 つの数の公倍数を，小さいほうから 3 つ書きなさい．

(1) (6, 8)

24, 48, 72

(2) (2, 8)

8, 16, 24

(3) (5, 7)

35, 70, 105

(4) (12, 15)

60, 120, 180

(5) (10, 20)

20, 40, 60

(6) (4, 9, 6)

36, 72, 108

5. (1) 100 より小さい 24 の倍数をすべて答えなさい．

24, 48, 72, 96

(2) 100 より小さい 8 と 6 の公倍数をすべて答えなさい．

24, 48, 72, 96（左と同じ）

(3) 100 より小さい 5 と 6 の公倍数をすべて答えなさい．

30, 60, 90

(4) 100 より小さい 6 と 9 の公倍数はいくつあるだろうか．

2 つ（36, 72）

2.2 倍数，公倍数，最小公倍数を利用した問題

1. (1) （1 以上で）8 で割り切れる数を小さい順に 4 つ書くと，$\boxed{\mathbf{8}}$，$\boxed{\mathbf{16}}$，$\boxed{\mathbf{24}}$，$\boxed{\mathbf{32}}$ です．

(2) （1 以上で）10 で割り切れる数を小さい順に 4 つ書くと，$\boxed{\mathbf{10}}$，$\boxed{\mathbf{20}}$，$\boxed{\mathbf{30}}$，$\boxed{\mathbf{40}}$ です．

(3) （1 以上で）8 でも 10 でも割り切れる一番小さな数は $\boxed{\mathbf{40}}$ です．

2. (1) （1 以上で）12 でも 9 でも割り切れる一番小さな数は $\boxed{\mathbf{36}}$ です．

(2) （1 以上で）20 でも 12 でも割り切れる一番小さな数は $\boxed{\mathbf{60}}$ です．

3. ものさしを使って, 0cm から始めて, 5cm ごとに赤い線を引いた.
また, 同じように 0cm から始めて, 3cm ごとに青い線を引いた.

(1) 赤い線は, 40cm のところに $\left\{\begin{array}{l}\text{引いてある}\\ \text{引いてない}\end{array}\right\}$. 青い線は, 40cm のところに $\left\{\begin{array}{l}\text{引いてある}\\ \text{引いてない}\end{array}\right\}$.

(2) 100cm までで, 青い線の引いてある最後の場所は, $\boxed{\textbf{99}}$ cm のところです.

(3) 48cm のところには, $\left\{\begin{array}{c}\text{赤い線も青い線も引いてある}\\ \text{赤い線だけ引いてある}\\ \text{青い線だけ引いてある}\\ \text{赤い線も青い線も引いてない}\end{array}\right\}$.

(4) 0cm の次に赤い線も青い線も引いてある場所は, $\boxed{\textbf{15}}$ cm です.

4. なおとくんの家の最寄のバス停からは, 京都駅行きのバスが 6 分おきに, 宇治駅行きのバスが 10 分おきに出ている. 今, 2 時ちょうどに京都駅行き, 宇治駅行きのバスが同時に出発した.

(1) 2 時より後に, 京都駅行きのバスは, (時間の早い順に) 2 時 $\boxed{\textbf{6}}$ 分, $\boxed{\textbf{12}}$ 分, $\boxed{\textbf{18}}$ 分, $\cdots$ に出発する.

(2) 2 時より後に, 宇治駅行きのバスは, (時間の早い順に) 2 時 $\boxed{\textbf{10}}$ 分, $\boxed{\textbf{20}}$ 分, $\boxed{\textbf{30}}$ 分, $\cdots$ に出発する.

(3) 2 つのバスが次に同時に出発するのは, 2 時から $\boxed{\textbf{30}}$ 分後, つまり $\boxed{\textbf{2}}$ 時 $\boxed{\textbf{30}}$ 分です.

(4) (3) の次に, 2 つのバスが同時に出発するのは, $\boxed{\textbf{3}}$ 時 $\boxed{\textbf{00}}$ 分です.

5. あきらくんの持っているお金は 300 円より少ない.

(1) あきらくんは 1 本 40 円の鉛筆をできるだけたくさん買うと, 一文無しになるという. あきらくんの持っているお金は, いくらの可能性があるか. すべて答えよ.

40 円, 80 円, 120 円, 160 円, 200 円, 240 円, 280 円

(2) あきらくんは 1 本 60 円の鉛筆をできるだけたくさん買っても, 一文無しになるという. あきらくんの持っているお金は, いくらの可能性があるか. すべて答えよ.

120 円, 240 円

(3) あきらくんの持っているお金が 200 円より多いとき, あきらくんの持っているお金を答えなさい.

240 円

6. 以下の問いに答えなさい.

(1) 100 より小さく 12 で割り切れる数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

96

(2) 100 より小さく 6 でも 4 でも割り切れる数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

96（左と同じ）

(3) 100 より小さく 10 でも 15 でも割り切れる数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

90

(4) 100 より小さく 18 で割り切れる数は何個あるか.

5 個（18, 36, 54, 72, 90）

(5) 100 より小さく, 6 でも 9 でも割り切れる数は何個あるか.

5 個（左と同じ）

(6) 100 より小さく, 8 でも 12 でも割り切れる数は何個あるか.

4 個（24, 48, 72, 96）

7. クッキーが何個かあり, 3 人で同じずつ分けても, 4 人で同じずつ分けても, 1 個余るという.

(1) 余った 1 個を除けば, クッキーの枚数は $\boxed{\mathbf{3}}$ でも $\boxed{\mathbf{4}}$ でも割り切れる. つまり, クッキーの枚数から 1 を引くと, $\boxed{\mathbf{3}}$ と $\boxed{\mathbf{4}}$ の公倍数になる.

(2) クッキーが 40 枚より少ないとき. 可能性のある個数を全て答えなさい.

13 枚, 25 枚, 37 枚

(3) 3 で割っても 4 で割っても 2 余り, 40 より小さな 2 けたの数をすべて答えなさい.

14, 26, 38

8. (1) 5 で割っても 6 で割っても 2 余る数のうち, 100 より小さい 2 桁の数をすべて答えなさい.

32, 62, 92
5 と 6 の公倍数 +2

(2) 8 で割っても 12 で割っても 3 余る数のうち, 3 の次に一番小さいものを答えなさい.

27
8 と 12 の最小公倍数 +3

3 割り切る数 — 約数

3.1 約数とは

■6 の約数 **6 の約数**とは, 6 **を割り切ることができる数**のことです.

1\. (1)
- 6 は 1 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 1 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 6 は 6 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 6 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(2) 6 は 2 で割り切れるので, 2 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

さらに, $6 \div 2$ の答え $\boxed{\mathbf{3}}$ は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(3)
- 6 は 4 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 4 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 6 は 5 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 5 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(4)
- 6 は 7 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 7 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 6 は 8 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 8 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\\text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(5) 6 の約数を**小さい順にすべて**書くと, (**1,2,3,6**) です.

■15 の約数 **15 の約数**とは, 15 **を割り切ることができる数**のことです.

2\. (1)
- 15 は 1 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 1 は $\left\{\begin{array}{c}\text{15 の約数です.}\\\text{15 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 15 は 15 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 15 は $\left\{\begin{array}{c}\text{15 の約数です.}\\\text{15 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(2) 15 は 2 で $\left\{\begin{array}{l}\text{割り切れる}\\\text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 2 は $\left\{\begin{array}{c}\text{15 の約数です.}\\\text{15 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(3) 15 の約数を**小さい順にすべて**書くと, (**1, 3, 5, 15**) です.

■いろいろな数の約数　0 と 1 以外のどんな整数でも, 約数を考えることができます.

約数の簡単な見つけ方 — **約数で割った答えも, やはり約数になる.**

3.
- 1 と 24 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$.
- 2 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$. 24 ÷ 2 の答え $\boxed{\mathbf{12}}$ は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$.
- 3 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$. 24 ÷ 3 の答え $\boxed{\mathbf{8}}$ は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$.
- 4 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$. 24 ÷ 4 の答え $\boxed{\mathbf{6}}$ は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$.
- 5 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{24 の約数です} \\ \text{24 の約数ではありません} \end{array} \right\}$. 6 が 24 の約数になることは, もう確かめました.
- 24 の約数を**小さい順にすべて**書くと, (**1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**) です.

4. 次の数の約数を全て書きなさい.

(1) 20

1, 2, 4, 5, 10, 20

(2) 18

1, 2, 3, 6, 9, 18

(3) 30

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

(4) 36

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

5. どんな数も, 必ず $\boxed{\mathbf{1}}$ は約数になります.

また, どんな数も最低 $\boxed{\mathbf{2}}$ 個の約数を持っています（0, 1 の約数は考えないことに注意）.

6. 7 の約数は (**1,7**) しかなく, 11 の約数は (**1,11**) しかありません.

このように, 1 **とその数自身しか約数でない数**のことを**素数**といいます.
とりあえずは, 「**約数が 2 つしかないなら素数**」と覚えて構いません（1 を素数には含めません）.

7. (1) 5 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{素数.} \\ \text{素数ではない.} \end{array} \right\}$　(2) 9 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{素数.} \\ \text{素数ではない.} \end{array} \right\}$　(3) 2 は $\left\{ \begin{array}{c} \text{素数.} \\ \text{素数ではない.} \end{array} \right\}$

3.2 約数の問題

1. (1) 28 個のクッキーを、3 人で同じ個数ずつ分けることは $\left\{\begin{array}{l}\text{できる}\\\text{できない}\end{array}\right\}$.

28 個のクッキーを、4 人で同じ個数ずつ分けることは $\left\{\begin{array}{l}\text{できる}\\\text{できない}\end{array}\right\}$.

(2) 20 本のえんぴつを, 全員同じ本数ずつ分けることができるのは,

（1 人, ）$\boxed{2}$ 人, $\boxed{4}$ 人, $\boxed{5}$ 人, $\boxed{10}$ 人, $\boxed{20}$ 人で分けるときしかない.

つまり, 人数が $\boxed{20}$ の $\left\{\begin{array}{l}\text{倍数}\\\text{約数}\end{array}\right\}$ になればよい.

(3) 25 枚の紙を何人かで分けたら 1 枚余った. 結局 $\boxed{24}$ 枚の紙を平等に分けたことになるので,

グループの人数は $\boxed{24}$ の約数でないといけない. つまりグループの人数は $\boxed{2}$ 人,

$\boxed{3}$ 人, $\boxed{4}$ 人, $\boxed{6}$ 人, $\boxed{8}$ 人, $\boxed{12}$ 人, $\boxed{24}$ 人のいずれかである.

2. (1) 3 より大きな 18 の約数は, $\boxed{6}$, $\boxed{9}$, $\boxed{18}$ である.

(2) あるグループで, 30 個のクッキーを分けたら, 3 個余りました.

グループの人数は $\boxed{27}$ の約数にならないといけない.

また, クッキーが 3 個余ったので, グループの人数は $\boxed{3}$ 人以下でないといけない.

つまり, グループの人数は $\boxed{9}$ 人か $\boxed{27}$ 人でないといけない.

(3) 40 本のえんぴつを同じ本数ずつ分けたら, 2 本余った.

えんぴつを分け合った人数は, $\boxed{19}$ 人, $\boxed{38}$ 人のいずれかである.

(4) 40 を割ると余りが 2 になる数は, $\boxed{19}$ か $\boxed{38}$ しかない.

(5) 35 を割って余りが 5 になる数を全て書くと, (**6,10,15,30**) である.

(6) 50 を割ると余りが 6 になる数を全て書くと, (**11,22,44**) である.

4　確認問題その１

1. 次の数の倍数を, 小さい順に 5 つ書きなさい.

(1) 9

$\mathbf{9, 18, 27, 36, 45}$

(2) 12

$\mathbf{12, 24, 36, 48, 60}$

(3) 30

$\mathbf{30, 60, 90, 120, 150}$

(4) 24

$\mathbf{24, 48, 72, 96, 120}$

2. 次の数の約数を全て書きなさい.

(1) 10

$\mathbf{1, 2, 5, 10}$

(2) 15

$\mathbf{1, 3, 5, 15}$

(3) 18

$\mathbf{1, 2, 3, 6, 9, 18}$

(4) 28

$\mathbf{1, 2, 4, 7, 14, 28}$

(5) 32

$\mathbf{1, 2, 4, 8, 16, 32}$

(6) 50

$\mathbf{1, 2, 5, 10, 25, 50}$

3. 次の数の 100 より小さい倍数を全て書きなさい. また, 約数も全て書きなさい.

(1) 22

100 より小さい倍数 $\underline{\mathbf{22, 44, 66, 88}}$　約数 $\underline{\mathbf{1, 2, 11, 22}}$

(2) 36

100 より小さい倍数 $\underline{\mathbf{36, 72}}$　約数 $\underline{\mathbf{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}}$

(3) 40

100 より小さい倍数 $\underline{\mathbf{40, 80}}$　約数 $\underline{\mathbf{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}}$

4. 次の数の公倍数を, 小さい順に 3 つ書きなさい.

(1) $(15, 6)$

30, 60, 90

(2) $(7, 2)$

14, 28, 42

(3) $(10, 5)$

10, 20, 30

(4) $(25, 10)$

50, 100, 150

(5) $(18, 12)$

36, 72, 108

(6) $(14, 4)$

28, 56, 84

(7) $(10, 8)$

40, 80, 120

(8) $(14, 8)$

56, 112, 168

5.

- 8 は 2 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$, 2 は 8 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ になる. 5 は 15 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$, 15 は 5 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ になる.
- 18 は $\left\{\begin{matrix}9\ \text{と}\ 6\\3\ \text{と}\ 4\end{matrix}\right\}$ の公倍数, $\left\{\begin{matrix}9\ \text{も}\ 6\ \text{も}\\3\ \text{も}\ 4\ \text{も}\end{matrix}\right\}$ 18 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$.
- 6 は 24 の約数である, 6 の約数はすべて, 24 の約数に $\left\{\begin{matrix}\text{なる}\\\text{ならない}\end{matrix}\right\}$.

6. (1) まさおくんのクラスでは, 42 本のえんぴつを平等に分けることができました.

まさおくんのクラスの人数は, 42 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ でないといけない. もしクラスの人数が 20 人以上 29 人以下ならば, まさおくんのクラスは $\boxed{\textbf{21}}$ 人です.

(2) あきらくんのクラスには 9 つの班があり, どの班も人数が同じです.

あきらくんのクラスの人数は, 9 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ でないといけない. もしクラスの人数が 20 人以上 40 人以下ならば, あきらくんのクラスは $\boxed{\textbf{27}}$ 人か $\boxed{\textbf{36}}$ 人です.

さらに, 6 グループある給食当番もすべて人数が同じなら, あきらくんのクラスは $\boxed{\textbf{36}}$ 人です.

5　共通の約数 — 公約数, 最大公約数

5.1　「公約数」の中でもっとも大きな「最大公約数」

1.
- 12 の約数をすべて書くと $\left(\ \mathbf{1, 2, 3, 4, 6, 12}\ \right)$ です.
- 9 の約数をすべて書くと $\left(\ \mathbf{1, 3, 9}\ \right)$ です.
- 12 の約数であり 9 の約数でもある数は, すべて書くと $\left(\ \mathbf{1, 3}\ \right)$ です.
  これを 12 と 9 の**公約数**と言います.
- 12 と 9 の公約数で一番大きな数は $\boxed{\mathbf{3}}$ です. これを 12 と 9 の $\boxed{\text{最大公約数}}$ と言います.

2.
- 20 の約数をすべて書くと $\left(\ \mathbf{1, 2, 4, 5, 10, 20}\ \right)$ です.
- 16 の約数をすべて書くと $\left(\ \mathbf{1, 2, 4, 8, 16}\ \right)$ です.
- 20 と 16 の**公約数**をすべて書くと $\left(\ \mathbf{1, 2, 4}\ \right)$, **最大公約数**は $\boxed{\mathbf{4}}$ です.

3. どんな 2 つの数でも, $\boxed{\mathbf{1}}$ は公約数になります. だから「最小公約数」は考えません.

4.
- 18 と 12 の**公約数**を全て書くと $\left(\ \mathbf{1, 2, 3, 6}\ \right)$ です.
  18 と 12 の**最大公約数**は 6 で, 6 の約数は $\left(\ \mathbf{1, 2, 3, 6}\ \right)$ です.
- 27 と 18 の**公約数**を全て書くと $\left(\ \mathbf{1, 3, 9}\ \right)$ です.
  27 と 18 の**最大公約数**は 9 で, 9 の約数は $\left(\ \mathbf{1, 3, 9}\ \right)$ です.

> 2 つ以上の数の 共通の約数 を**公約数**, そのうち一番大きい値を**最大公約数**と言います.
> **最大公約数の約数を全て書くこと**と, **公約数を全て書くこと**は**同じ**です.

5. 次の 2 つの数の公約数をすべて書きなさい.

(1) (10, 15)

$\mathbf{1, 2, 5}$

(2) (18, 30)

$\mathbf{1, 2, 3, 6}$

(3) (21, 14)

$\mathbf{1, 7}$

(4) (20, 32)

$\mathbf{1, 2, 4}$

5.2 約数, 公約数, 最大公約数を利用した問題

1. バタークッキーが 24 枚, チョコレートクッキーが 32 枚ある. これを, 全員同じ枚数ずつに分けたい.

(1) 4 人で分けると,
バタークッキーは 1 人 $\boxed{4}$ 枚ずつ, チョコレートクッキーは 1 人 $\boxed{8}$ 枚ずつもらえる.

(2) 3 人で分けることを, バタークッキーは $\left\{\begin{array}{c}\text{でき}\\\text{できず}\end{array}\right\}$, チョコレートクッキーは $\left\{\begin{array}{c}\text{できる}\\\text{できない}\end{array}\right\}$.

(3) 人数が $\boxed{24}$ の $\left\{\begin{array}{c}\text{倍数}\\\text{約数}\end{array}\right\}$ ならば, バタークッキーを同じ枚数ずつ分けられる.

また, 人数が $\boxed{32}$ の $\left\{\begin{array}{c}\text{倍数}\\\text{約数}\end{array}\right\}$ ならば, チョコレートクッキーを同じ枚数ずつ分けられる.

だから, どちらも同じ枚数ずつに分けるためには, 人数が $\boxed{\text{24 と 32 の公約数}}$ でないといけない. それができる最大の人数は, $\boxed{8}$ 人である.

2. 30 冊のノートと 50 本のえんぴつを平等に分けることができる, 最大の人数を答えなさい.
また, そのときもらえるノートとえんぴつは, 一人でいくつか.

10 人, 3 冊と 5 本

3. (1) あるグループで, 26 枚のカードを配ると 2 枚余り, 30 枚のカードを配っても 2 枚余った.

- 26 枚のカードで 2 枚余ったので, グループの人数は $\boxed{24}$ の約数になる.
- 30 枚のカードで 2 枚余ったので, グループの人数は $\boxed{28}$ の約数になる.
- カードが 2 枚余ったので, グループの人数は $\boxed{2}$ 人以下ではない.
- グループの人数は $\boxed{24}$ と $\boxed{28}$ の公約数であるので, グループの人数は $\boxed{4}$ 人.
- 26 で割っても 30 で割っても 2 余る数は、$\boxed{4}$ である.

(2) 38 を割っても 45 を割っても 3 余る数はいくつでしょう.
7
(35(= 38 − 3) と 42(= 45 − 3) の公約数のうち, 3 より大きいもの)

(3) 37 を割ると 1 余り, 46 を割ると 4 余る数を全て答えなさい.
6, 12
(36(= 37 − 1) と 42(= 46 − 4) の公約数のうち, 4 より大きいもの)

6　確認問題その２

1. 次の数の倍数を小さいほうから 3 つ書きなさい．また，約数を全て書きなさい．

(1) 20　　(2) 24　　(3) 33

(1) 倍数 $\mathbf{20, 40, 60}$　約数 $\mathbf{1, 2, 4, 5, 10, 20}$

(2) 倍数 $\mathbf{24, 48, 72}$　約数 $\mathbf{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}$

(3) 倍数 $\mathbf{33, 66, 99}$　約数 $\mathbf{1, 3, 11, 33}$

2. 次の 2 つの数の公倍数を，小さいほうから 3 つ書きなさい．また，公約数を全て書きなさい．

(1) (12，16)　　(2) (20，40)

(1) 公倍数 $\mathbf{48, 96, 144}$　公約数 $\mathbf{1, 2, 4}$

(2) 公倍数 $\mathbf{40, 80, 120}$　公約数 $\mathbf{1, 2, 4, 5, 10, 20}$

3. 次の 2 つの数の最小公倍数と最大公約数を書きなさい．

(1) (15，20)　　(2) (30，40)

(1) 最小公倍数 $\mathbf{60}$　最大公約数 $\mathbf{5}$

(2) 最小公倍数 $\mathbf{120}$　最大公約数 $\mathbf{10}$

4. 次の問いに答えなさい．

(1) 100 より小さい 8 の倍数のうち，最大の数を答えよ．

96

(2) 100 より小さい 6 の倍数は何個あるか．

16 個

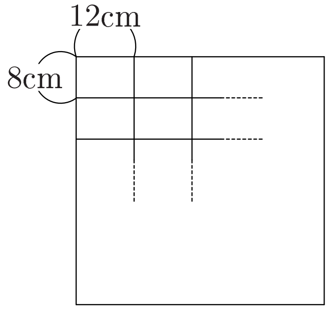
(3) 50 を割り切る数を全て答えなさい．

$\mathbf{1, 2, 5, 10, 25, 50}$

(4) 9 と 12 の公倍数のうち，100 より小さい数は何個あるか．

2 個（36, 72）

5. 正方形の壁に, たてが 8cm, 横が 12cm の長方形のタイルを, 右の図のようにしきつめました.
次の問いに答えなさい.



(1) 次のうち, 正しいものを全て選びなさい. **（イ）, （エ）**

（ア）壁の一辺が 40cm なら, タイルはぴったりおさまる.

（イ）壁の一辺が 8 の倍数にならないと, タイルがたてにちょうどおさまることはない.

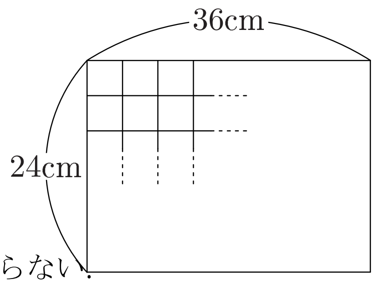
（ウ）壁の一辺が 12 の倍数になっても, 横方向にタイルがおさまらないことがある.

（エ）壁の一辺が 8 の倍数にも, 12 の倍数にもならないと, タイルはぴったりおさまらない.

(2) タイルをぴったりしきつめられる正方形の壁のうち, 1 辺が最小のものは, 1 辺何 cm か.
また, そのとき必要なタイルは, 何枚か.

24cm, $2 \times 3 = 6$ 枚

6. たてが 24cm, 横が 36cm の長方形の紙を, 右の図のように同じ大きさの正方形に分けました.



(1) 次のうち, 正しいものを全て選びなさい. **（ア）, （エ）**

（ア）正方形の一辺を 4cm にすると, 紙は余らない.

（イ）36 ÷（正方形の一辺の長さ）が割り切れるなら, 紙は余らない.

（ウ）正方形の一辺の長さが 24 の約数でも, 紙は余ることがある.

（エ）正方形の一辺を 24 と 36 の公約数にすれば, 紙は余らない.

(2) 紙が余らないような分け方のうち, 正方形の 1 辺が最大のものは, 1 辺何 cm か.
また, そのとき紙は何枚に分かれるか.

12cm, $2 \times 3 = 6$ 枚

7. 6 で割っても 9 で割っても 2 余る数のうち, 100 より小さい 2 桁の数を全て書きなさい.

38, 74
（6 と 9 の公倍数 36 に 2 を足す）

8. 40 を割ると 4 余り, 50 を割ると 2 余る数を全て書きなさい.

6, 12
（36(= 40 − 4) と 48(= 50 − 2) の公約数のうち, 4 より大きい数）

7　大きな数同士の，最大公約数と最小公倍数の求め方

7.1　最大公約数の求め方

準備　「ある数」の約数を掛け合わせても，やっぱりもとの「ある数」の約数になる．
このことを確かめなさい．

- 36 は 2 でも 3 でも $\left\{\begin{array}{l}\text{割りきれる}\\\text{割りきれない}\end{array}\right\}$．だから $2\times3=\boxed{\mathbf{6}}$ でも $\left\{\begin{array}{l}\text{割りきれる}\\\text{割りきれない}\end{array}\right\}$．
- 60 は 3 でも 5 でも $\left\{\begin{array}{l}\text{割りきれる}\\\text{割りきれない}\end{array}\right\}$．だから $3\times5=\boxed{\mathbf{15}}$ でも $\left\{\begin{array}{l}\text{割りきれる}\\\text{割りきれない}\end{array}\right\}$．

最大公約数の求め方　30 と 45 の最大公約数を求めてみよう．

$$\begin{array}{r|cc} \mathbf{5} & 30 & 45 \\ \hline \mathbf{3} & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

⇐ 30 も 45 も 5 で割れる，割った結果を下に書く．
⇐ 6 も 9 も 3 で割れる，割った結果を下に書く．
⇐ 2 と 3 の公約数は 1 しかないので，おしまい．

30 も 45 も，5 と 3 で割れるが，それ以上は一緒に割れない．つまり最大公約数は $5\times3=15$．

[結論] 上のような表を書き，**左に並んだ数を掛け合わせる**と，最大公約数になる．

- 12 と 18 の最大公約数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|cc} 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & \boxed{\mathbf{6}} & \boxed{\mathbf{9}} \\ \hline & \boxed{\mathbf{2}} & \boxed{\mathbf{3}} \end{array}$$

⇐ 12 も 18 も 2 で割れる，割った結果を下に書く．
⇐ $\boxed{\mathbf{6}}$ も $\boxed{\mathbf{9}}$ も 3 で割れる，割った結果を下に書く．
⇐ $\boxed{\mathbf{2}}$ と $\boxed{\mathbf{3}}$ の公約数は 1 しかないので，おしまい．

12 も 18 も，2 と 3 で割れるが，それ以上は一緒に割れない．
つまり最大公約数は $\boxed{\mathbf{2}}\times\boxed{\mathbf{3}}=\boxed{\mathbf{6}}$．

- 42 と 60 の最大公約数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|cc} 2 & 42 & 60 \\ \hline \boxed{\mathbf{3}} & \boxed{\mathbf{21}} & \boxed{\mathbf{30}} \\ \hline & \boxed{\mathbf{7}} & \boxed{\mathbf{10}} \end{array}$$

42 と 66 の最大公約数は $\boxed{\mathbf{2}}\times\boxed{\mathbf{3}}=\boxed{\mathbf{6}}$．

- 84 と 126 の最大公約数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|cc} \boxed{\mathbf{2}} & 84 & 126 \\ \hline \boxed{\mathbf{7}} & \boxed{\mathbf{42}} & \boxed{\mathbf{63}} \\ \hline \boxed{\mathbf{3}} & \boxed{\mathbf{6}} & \boxed{\mathbf{9}} \\ \hline & \boxed{\mathbf{2}} & \boxed{\mathbf{3}} \end{array}$$

84 と 126 の最大公約数は
$\boxed{\mathbf{2}}\times\boxed{\mathbf{7}}\times\boxed{\mathbf{3}}=\boxed{\mathbf{42}}$．
この解答はあくまで一例です

- 66 と 78 の最大公約数を求めなさい．

6

左側に同じ数字が出てきても, 一緒.

$$\begin{array}{r|rr} \mathbf{2} & 24 & 36 \\ \hline \mathbf{2} & 12 & 18 \\ \hline \mathbf{3} & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

24 も 36 も, 2 で 2 回, 3 で 1 回割れるが,
それ以上は一緒に割れない.
つまり最大公約数は $2 \times 2 \times 3 = 12$.

また, 素数で割らなくても, よい.

$$\begin{array}{r|rr} \mathbf{10} & 60 & 80 \\ \hline \mathbf{2} & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

最大公約数は $10 \times 2 = 20$.

- 45 と 90 の最大公約数を求めなさい.

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 45 & 90 \\ \hline 3 & \boxed{\mathbf{15}} & \boxed{\mathbf{30}} \\ \hline \boxed{\mathbf{5}} & \boxed{\mathbf{5}} & \boxed{\mathbf{10}} \\ \hline & \boxed{\mathbf{1}} & \boxed{\mathbf{2}} \end{array}$$

45 と 90 の最大公約数は
$3 \times 3 \times \boxed{\mathbf{5}} = \boxed{\mathbf{45}}$.

- 36 と 48 の最大公約数を求めなさい.

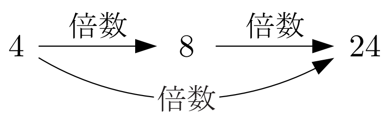
12

- 48 と 64 の最大公約数を求めなさい.

24

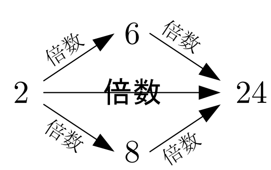
7.2 最小公倍数の求め方

準備 「ある数」の倍数の倍数は, やっぱりもとの「ある数」の倍数になる.
このことを確かめなさい.



- 8 は 4 の倍数, 24 は 8 の倍数. だから, $\boxed{\mathbf{24}}$ も 4 の倍数になる.
- 4 を 3 倍すると 12, さらに 3 倍すると 36 で, $\boxed{\mathbf{12}}$ も $\boxed{\mathbf{36}}$ も $\boxed{\mathbf{4}}$ の倍数になる.
- 6 と 8 の最大公約数は $\boxed{\mathbf{2}}$, 6 と 8 の最小公倍数は $\boxed{\mathbf{24}}$.

最小公倍数は, 最大公約数の $\left\{\begin{array}{c}\text{倍数}\\ \text{約数}\end{array}\right\}$ になっている.



最小公倍数の求め方 30 と 42 の最小公倍数を求めてみよう.

$$\begin{array}{r|rr} \mathbf{2} & 30 & 42 \\ \hline \mathbf{3} & 15 & 21 \\ \hline & \mathbf{5} & \mathbf{7} \end{array}$$

30 と 42 の公倍数は, $2 \times 3 = 6$ の倍数でなければならない.
しかし, さらに 5 倍しないと 30 の倍数にならないし,
さらに 7 倍しないと 42 の倍数にならない.

つまり, 30 と 42 の公倍数は, 6 の倍数の 5 倍の, 7 倍になる.
そのような数のうち一番小さいのは, $6 \times 5 \times 7 = 210$. つまり 30 と 42 の最小公倍数は 210.

[結論] 上のような表を書き, **左と下に並んだ数を全て掛け**ると, 最小公倍数になる.

- 24 と 30 の最小公倍数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 30 \\ \hline 3 & \boxed{12} & \boxed{15} \\ \hline & \boxed{4} & \boxed{5} \end{array}$$

これより，最小公倍数を計算すると，

$2\times 3\times \boxed{4} \times \boxed{5} = \boxed{120}$ となる．

- 36 と 45 の最小公倍数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 36 & 45 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{12} & \boxed{15} \\ \hline & \boxed{4} & \boxed{5} \end{array}$$

これより，最小公倍数を計算すると，

$3\times \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} = \boxed{180}$ となる．

- 32 と 40 の最小公倍数を求めなさい．

160

- 40 と 56 の最小公倍数を求めなさい．

280

7.3　まとめ

1. 次の 2 数の最小公倍数と最大公約数を求めなさい．

(1) (36，48)

最小公倍数 **144**

最大公約数 **12**

(2) (60，75)

最小公倍数 **300**

最大公約数 **15**

2.
- 8 と 9 の公約数をすべて書くと (**1**)，最大公約数は $\boxed{\mathbf{1}}$ です．
- 8 と 9 の最小公倍数は $\boxed{\mathbf{72}}$ です，これは 8 と 9 を $\boxed{\textbf{かけ}}$ 算した答えと同じです．

3. 次の $\boxed{ア}$ から $\boxed{カ}$ に当てはまる数字を答えなさい．

$$\begin{array}{r|rr} \mathbf{9} & 54 & 72 \\ \hline \mathbf{2} & 6 & 8 \\ \hline & \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{array}$$

- 54 と 72 の**最大公約数**は $\boxed{ア}$ であり，

$54 = \boxed{ア} \times \boxed{イ}$，　$72 = \boxed{ア} \times \boxed{ウ}$

- 54 と 72 の**最小公倍数**は $\boxed{エ}$ であり，

$\boxed{エ} = 54 \times \boxed{オ}$，　$\boxed{エ} = 72 \times \boxed{カ}$

ア **18**　イ **3**　ウ **4**　エ **216**　オ **4**　カ **3**

7.4 [発展] 3 つの数の最大公約数と最小公倍数の求め方

最大公約数の求め方は同じ　30 と 48 と 60 の最大公約数を求めてみよう.

3 つとも割れる数だけで割ればよい.

$$\begin{array}{r|l}
\mathbf{2} & 30\ 48\ 60 \quad \Leftarrow \text{すべて 2 で割り切れる} \\ \hline
\mathbf{3} & 15\ 24\ 30 \quad \Leftarrow \text{すべて 3 で割り切れる} \\ \hline
 & \ 5\ \ \ 8\ \ 10 \quad \Leftarrow \text{5 と 8 と 10 を同時に割り切るような数は 1 しかないので, これでおしまい.}
\end{array}$$

左に並んだ数字を掛け合わせて, 最大公約数は $2 \times 3 = 6$

- 54 と 72 と 90 の最大公約数を求めなさい.

  18

- 112 と 140 と 154 の最大公約数を求めなさい.

  14

最小公倍数の求め方は, 少し違う　30 と 48 と 60 の最小公倍数を求めてみよう.

2 **つ割れるだけでも割る.** 3 つ全部割れなくてもよい.

$$\begin{array}{r|l}
\mathbf{2} & 30\ 48\ 60 \\ \hline
\mathbf{3} & 15\ 24\ 30 \\ \hline
\mathbf{5} & \ 5\ \ \ 8\ \ 10 \quad \Leftarrow \text{5 と 10 はどちらも 5 で割れる（8 は割れないのでそのままにしておく）} \\ \hline
\mathbf{2} & \ 1\ \ \ 8\ \ \ 2 \quad \Leftarrow \text{8 と 2 はどちらも 2 で割れる（1 は割れないのでそのままにしておく）} \\ \hline
 & \ 1\ \ \ 4\ \ \ 1
\end{array}$$

左と下に並んだ数字を全て掛け合わせて, 最小公倍数は $2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 1 \times 4 \times 1 = 240$

> なぜ, 上のように求められるか？左下の式を見ながら考えてみよう.
>
> $30 = \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \underline{5}$
>
> $48 = \mathbf{2} \times \mathbf{3} \qquad \times \utilde{2} \times 2 \times 2$
>
> $60 = \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \underline{5} \times \utilde{2}$
>
> 左のように, **素数だけの掛け算に分解する**ことを「**素因数分解**」という. どの数も, 素因数分解は 1 通りしかない（1 は素数でないことに注意）.
>
> $6 = 2 \times 3$
>
> $240 = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$
>
> 素因数分解をすると, ある数が何の倍数なのか, や, 公倍数・公約数などが簡単に分かる.

- 54 と 72 と 90 の最小公倍数を求めなさい.

  1080 (= 18 × 3 × 4 × 5)

- 112 と 140 と 154 の最小公倍数を求めなさい.

  6160 (= 14 × 2 × 4 × 5 × 11)