公倍数と公約数

目次

1 倍数

1.1 [復習] 奇数と偶数

1. 次の文章について, 正しい言葉を選び, ○ をつけましょう.

- 12 は 2 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 12 は**偶数**である.
- 25 は 2 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので $\left\{\begin{array}{l}\textbf{偶数}\text{である.}\\ \textbf{奇数}\text{である.}\end{array}\right\}$
- また, 奇数の $\left\{\begin{array}{c}15\\ 16\end{array}\right\}$ と, 偶数の $\left\{\begin{array}{c}23\\ 24\end{array}\right\}$ を足すと, $\left\{\begin{array}{l}\textbf{偶数}\text{になる.}\\ \textbf{奇数}\text{である.}\end{array}\right\}$

2. 次の文章について, 正しい言葉を選び, ○ をつけましょう.

また, $\boxed{}$ には正しい数字を入れましょう. (これは, この先の問題でも同じです)

- 134 は 2 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので $\left\{\begin{array}{c}\text{偶数}\\ \text{奇数}\end{array}\right\}$
- 134 の 1 の位は $\boxed{}$ であり $\left\{\begin{array}{c}\text{偶数}\\ \text{奇数}\end{array}\right\}$
- 85 は 2 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので $\left\{\begin{array}{c}\text{偶数}\\ \text{奇数}\end{array}\right\}$
- 85 の 1 の位は $\boxed{}$ であり $\left\{\begin{array}{c}\text{偶数}\\ \text{奇数}\end{array}\right\}$

奇数と偶数を見分ける方法

どんな整数も,

$\left\{\begin{array}{r}\textbf{1の位が奇数ならば, 元の数も奇数.}\\ \textbf{1の位が偶数（0もOK）ならば,}\\ \textbf{元の数も偶数.}\end{array}\right\}$

3. 次の数字の中から, 偶数だけに ○ をつけましょう.

24,　13,　16,　8,　29,　45,　47,　74,　136,　57,　219

4. 次の文章について, 正しいものを**すべて**選びましょう.

（ア）35 人のクラスで 2 人 1 組のペアを作ったら, 誰もあまらなかった.

（イ）お父さんのお土産は 15 個入りのお菓子だった. 1 人で 2 個ずつ食べたら, 1 つあまった.

（ウ）4 月には, 奇数回, 一日がやってくる.

（エ）奇数と奇数を足すと, 必ず偶数になる.

（オ）345621930 は偶数だ.

1.2 倍数とは

■3 の倍数

3 の倍数とは, 3 で割り切れる数のこと. (0 は考えない)

1. 次の数字の中から, 3 の倍数だけに ○ をつけましょう.

24, 15, 12, 8, 29, 45, 47, 73

2. 一番小さい 3 の倍数は **3** です.

2 番目に小さい 3 の倍数は $\boxed{}$, 3 番目に小さい 3 の倍数は $\boxed{}$ です.

■4 の倍数

4 の倍数とは, 4 で割り切れる数のこと. (0 は考えない)

3. 次の数字の中から, 4 の倍数だけに ○ をつけましょう.

24, 15, 12, 8, 29, 45, 47, 73

4. 一番小さい 4 の倍数は $\boxed{}$ です.

2 番目に小さい 4 の倍数は $\boxed{}$, 3 番目に小さい 4 の倍数は $\boxed{}$ です.

■5 の倍数, 6 の倍数, 7 の倍数, · · ·

5 の倍数とは, 5 で割り切れる数のこと. 6 の倍数, 7 の倍数, · · · も同じ.

5. 次の数字の中から, 5 の倍数に ○ をつけましょう. 8 の倍数に△をつけましょう.

24, 15, 12, 8, 29, 45, 47, 73

6. 一番小さい 6 の倍数は $\boxed{}$ です.

2 番目に小さい 6 の倍数は $\boxed{}$, 3 番目に小さい 6 の倍数は $\boxed{}$ です.

7. 一番小さい 10 の倍数は $\boxed{}$ です.

2 番目に小さい 10 の倍数は $\boxed{}$, 3 番目に小さい 10 の倍数は $\boxed{}$ です.

■倍数の作り方

1. (1) 7 の倍数を, 小さい順に 3 つ書きましょう.　(　　　　　　)

(2) 11 の倍数を, 小さい順に 3 つ書きましょう.　(　　　　　　)

もとの数を１倍，２倍，３倍，$\cdots$ としていくと，
その数の倍数を作ることができます．（小さい順にできる）
これが**倍数**という名前の由来です.

2. (1) 16 の倍数を, 小さい順に 5 つ書きましょう.　(　　　　　　　　　　)

(2) 25 の倍数を, 小さい順に 5 つ書きましょう.　(　　　　　　　　　　)

1.3　倍数の問題

1. 次の文章について, 正しければ ○ を, 間違っていれば × をつけなさい.

(1) (　　) 40 個のクッキーを 5 人で同じ個数ずつ分けると, クッキーは全部なくなった.

(2) (　　) クッキーを 10 枚ずつ焼いて, 今, 52 枚焼きおわった.

(3) (　　) 30 は, 5 の倍数でも, 6 の倍数でもある.

2. (1) 今月は 7 日が土曜日だった. 次の土曜は $\boxed{}$ 日で, その次の土曜は $\boxed{}$ 日になる.

つまり今月の土曜の日にちは $\boxed{}$ の倍数になっている.

(2) ともえさんの家の前の線路は, 15 分おきに貨物列車が通過する. 今, 貨物列車が通過したので, これから（時間の早い順に） $\boxed{}$ 分後, $\boxed{}$ 分後, $\boxed{}$ 分後, $\boxed{}$ 分後にも貨物列車が通過する.

(3) 6 で割り切れる数を（0 以外で）小さい順に書くと $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\cdots$ になる.

6 で割って 1 余る数を小さい順に書くと **1**, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\cdots$ になる.

6 で割って 2 余る数を小さい順に書くと **2**, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\cdots$ になる.

3. (1) 100 より小さい 7 の倍数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

(2) 100 より小さい 7 の倍数は何個あるだろうか.

2 共通の倍数 — 公倍数，最小公倍数

2.1 「公倍数」の中でもっとも小さな「最小公倍数」

1. (1) 2 の倍数を小さい順に 10 こ書くと，$\Big($ $\Big)$ です．

(2) 3 の倍数を小さい順に 10 こ書くと，$\Big($ $\Big)$ です．

(3) 2 の倍数であり 3 の倍数でもある数を，小さい順に 3 つ書くと $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ です．

これら 3 つの数はすべて $\boxed{}$ の倍数になっています．

> 2 の倍数であり 3 の倍数である数を **2 と 3 の公倍数**と言います．
> また，2 と 3 の公倍数のうち，一番小さな **6** を **2 と 3 の最小公倍数**と言います．

2. (1) 4 の倍数を小さい順に 10 こ書くと，$\Big($ $\Big)$ です．

(2) 6 の倍数を小さい順に 10 こ書くと，$\Big($ $\Big)$ です．

(3) 4 の倍数であり 6 の倍数でもある数を，小さい順に 3 つ書くと $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ です．

これら 3 つの数はすべて $\boxed{}$ の倍数になっています．

> 4 の倍数であり 6 の倍数である数を **4 と 6 の公倍数**と言います．
> また，4 と 6 の公倍数のうち，一番小さな **12** を **4 と 6 の最小公倍数**と言います．

3. (1) 6 の倍数を小さい順に 3 こ書くと，$\Big($ $\Big)$，9 の倍数を小さい順に 3 こ書くと，$\Big($ $\Big)$ です．だから 6 と 9 の最小公倍数は $\boxed{}$ です．

また，6 と 9 の公倍数を小さい順に 3 つ書くと $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ です．

(2) 3 の倍数を小さい順に 4 こ書くと $\Big($ $\Big)$，4 の倍数を小さい順に 4 こ書くと $\Big($ $\Big)$ です．だから，3 と 4 の最小公倍数は $\boxed{}$ です．

また，3 と 4 の公倍数を小さい順に 3 つ書くと $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ です．

> 2 つ以上の整数の，<u>共通の倍数</u> を**公倍数**といい，一番小さい公倍数を**最小公倍数**という．
> **公倍数を求めるには，最小公倍数を 1 倍，2 倍，3 倍，**$\cdots$ すればよい．

4. 次の 2 つの数の公倍数を, 小さいほうから 3 つ書きなさい.

(1) (6, 8)

(2) (2, 8)

(3) (5, 7)

(4) (12, 15)

(5) (10, 20)

(6) (4, 9, 6)

5. (1) 100 より小さい 24 の倍数をすべて答えなさい.

(2) 100 より小さい 8 と 6 の公倍数をすべて答えなさい.

(3) 100 より小さい 5 と 6 の公倍数をすべて答えなさい.

(4) 100 より小さい 6 と 9 の公倍数は**いくつあるだろうか**.

2.2 倍数, 公倍数, 最小公倍数を利用した問題

1. (1) (1 以上で) 8 で割り切れる数を小さい順に 4 つ書くと, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ です.

(2) (1 以上で) 10 で割り切れる数を小さい順に 4 つ書くと, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ です.

(3) (1 以上で) 8 でも 10 でも割り切れる一番小さな数は $\boxed{}$ です.

2. (1) (1 以上で) 12 でも 9 でも割り切れる一番小さな数は $\boxed{}$ です.

(2) (1 以上で) 20 でも 12 でも割り切れる一番小さな数は $\boxed{}$ です.

3. ものさしを使って, 0cm から始めて, 5cm ごとに赤い線を引いた.
また, 同じように 0cm から始めて, 3cm ごとに青い線を引いた.

(1) 赤い線は, 40cm のところに $\left\{\begin{array}{c}\text{引いてある}\\ \text{引いてない}\end{array}\right\}$. 青い線は, 40cm のところに $\left\{\begin{array}{c}\text{引いてある}\\ \text{引いてない}\end{array}\right\}$.

(2) 100cm までで, 青い線の引いてある最後の場所は, $\boxed{}$ cm のところです.

(3) 48cm のところには, $\left\{\begin{array}{c}\text{赤い線も青い線も引いてある}\\ \text{赤い線だけ引いてある}\\ \text{青い線だけ引いてある}\\ \text{赤い線も青い線も引いてない}\end{array}\right\}$.

(4) 0cm の次に赤い線も青い線も引いてある場所は, $\boxed{}$ cm です.

4. なおとくんの家の最寄のバス停からは, 京都駅行きのバスが 6 分おきに, 宇治駅行きのバスが 10 分おきに出ている. 今, 2 時ちょうどに京都駅行き, 宇治駅行きのバスが同時に出発した.

(1) 2 時より後に, 京都駅行きのバスは, (時間の早い順に) 2 時 $\boxed{}$ 分, $\boxed{}$ 分, $\boxed{}$ 分, $\cdots$ に出発する.

(2) 2 時より後に, 宇治駅行きのバスは, (時間の早い順に) 2 時 $\boxed{}$ 分, $\boxed{}$ 分, $\boxed{}$ 分, $\cdots$ に出発する.

(3) 2 つのバスが次に同時に出発するのは, 2 時から $\boxed{}$ 分後, つまり $\boxed{}$ 時 $\boxed{}$ 分です.

(4) (3) の次に, 2 つのバスが同時に出発するのは, $\boxed{}$ 時 $\boxed{}$ 分です.

5. あきらくんの持っているお金は 300 円より少ない.

(1) あきらくんは 1 本 40 円の鉛筆をできるだけたくさん買うと, 一文無しになるという. あきらくんの持っているお金は, いくらの可能性があるか. すべて答えよ.

(2) あきらくんは 1 本 60 円の鉛筆をできるだけたくさん買っても, 一文無しになるという. あきらくんの持っているお金は, いくらの可能性があるか. すべて答えよ.

(3) あきらくんの持っているお金が 200 円より多いとき, あきらくんの持っているお金を答えなさい.

6. 以下の問いに答えなさい.

(1) 100 より小さく 12 で割り切れる数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

(2) 100 より小さく 6 でも 4 でも割り切れる数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

(3) 100 より小さく 10 でも 15 でも割り切れる数のうち, 一番大きな数を答えなさい.

(4) 100 より小さく 18 で割り切れる数は何個あるか.

(5) 100 より小さく, 6 でも 9 でも割り切れる数は何個あるか.

(6) 100 より小さく, 8 でも 12 でも割り切れる数は何個あるか.

7. クッキーが何個かあり, 3 人で同じずつ分けても, 4 人で同じずつ分けても, 1 個余るという.

(1) 余った 1 個を除けば, クッキーの枚数は $\boxed{}$ でも $\boxed{}$ でも割り切れる. つまり, クッキーの枚数から 1 を引くと, $\boxed{}$ と $\boxed{}$ の公倍数になる.

(2) クッキーが 40 枚より少ないとき. 可能性のある個数を全て答えなさい.

(3) 3 で割っても 4 で割っても 2 余り, 40 より小さな 2 けたの数をすべて答えなさい.

8. (1) 5 で割っても 6 で割っても 2 余る数のうち, 100 より小さい 2 桁の数をすべて答えなさい.

(2) 8 で割っても 12 で割っても 3 余る数のうち, 3 の次に一番小さいものを答えなさい.

3 割り切る数 — 約数

3.1 約数とは

■6 の約数 **6 の約数**とは, **6 を割り切ることができる数**のことです.

1. (1)
- 6 は 1 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 1 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 6 は 6 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 6 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(2) 6 は 2 で割り切れるので, 2 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

さらに, $6 \div 2$ の答え $\boxed{}$ は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(3)
- 6 は 4 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 4 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 6 は 5 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 5 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(4)
- 6 は 7 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 7 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 6 は 8 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 8 は $\left\{\begin{array}{c}\text{6 の約数です.}\\ \text{6 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(5) 6 の約数を**小さい順にすべて**書くと, $\left(\qquad\qquad\qquad\right)$ です.

■15 の約数 **15 の約数**とは, **15 を割り切ることができる数**のことです.

2. (1)
- 15 は 1 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 1 は $\left\{\begin{array}{c}\text{15 の約数です.}\\ \text{15 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$
- 15 は 15 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 15 は $\left\{\begin{array}{c}\text{15 の約数です.}\\ \text{15 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(2) 15 は 2 で $\left\{\begin{array}{c}\text{割り切れる}\\ \text{割り切れない}\end{array}\right\}$ ので, 2 は $\left\{\begin{array}{c}\text{15 の約数です.}\\ \text{15 の約数ではありません.}\end{array}\right\}$

(3) 15 の約数を**小さい順にすべて**書くと, $\left(\qquad\qquad\qquad\right)$ です.

■いろいろな数の約数　0 と 1 以外のどんな整数でも，約数を考えることができます．

約数の簡単な見つけ方 — **約数で割った答えも，やはり約数になる．**

3.
- 1 と 24 は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．
- 2 は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．24 ÷ 2 の答え $\boxed{}$ は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．
- 3 は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．24 ÷ 3 の答え $\boxed{}$ は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．
- 4 は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．24 ÷ 4 の答え $\boxed{}$ は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．
- 5 は $\left\{\begin{array}{c}\text{24 の約数です}\\\text{24 の約数ではありません}\end{array}\right\}$．6 が 24 の約数になることは，もう確かめました．
- 24 の約数を**小さい順にすべて**書くと，(　　　　　　　　　　) です．

4. 次の数の約数を全て書きなさい．

(1) 20

(2) 18

(3) 30

(4) 36

5. どんな数も，必ず $\boxed{}$ は約数になります．

また，どんな数も最低 $\boxed{}$ 個の約数を持っています（0, 1 の約数は考えないことに注意）．

6. 7 の約数は (　　　　) しかなく，11 の約数は (　　　　) しかありません．

このように，1 **とその数自身しか約数でない数**のことを**素数**といいます．

とりあえずは，「**約数が 2 つしかないなら素数**」と覚えて構いません（1 を素数には含めません）．

7. (1) 5 は $\left\{\begin{array}{c}\text{素数．}\\\text{素数ではない．}\end{array}\right\}$　(2) 9 は $\left\{\begin{array}{c}\text{素数．}\\\text{素数ではない．}\end{array}\right\}$　(3) 2 は $\left\{\begin{array}{c}\text{素数．}\\\text{素数ではない．}\end{array}\right\}$

3.2 約数の問題

1. (1) 28 個のクッキーを、3 人で同じ個数ずつ分けることは $\left\{\begin{array}{c}\text{できる}\\\text{できない}\end{array}\right\}$.

28 個のクッキーを、4 人で同じ個数ずつ分けることは $\left\{\begin{array}{c}\text{できる}\\\text{できない}\end{array}\right\}$.

(2) 20 本のえんぴつを, 全員同じ本数ずつ分けることができるのは,

(1 人,) $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人で分けるときしかない.

つまり, 人数が $\boxed{}$ の $\left\{\begin{array}{c}\text{倍数}\\\text{約数}\end{array}\right\}$ になればよい.

(3) 25 枚の紙を何人かで分けたら 1 枚余った. 結局 $\boxed{}$ 枚の紙を平等に分けたことになるので,

グループの人数は $\boxed{}$ の約数でないといけない. つまりグループの人数は $\boxed{}$ 人,

$\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人のいずれかである.

2. (1) 3 より大きな 18 の約数は, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ である.

(2) あるグループで, 30 個のクッキーを分けたら, 3 個余りました.

グループの人数は $\boxed{}$ の約数にならないといけない.

また, クッキーが 3 個余ったので, グループの人数は $\boxed{}$ 人以下でないといけない.

つまり, グループの人数は $\boxed{}$ 人か $\boxed{}$ 人でないといけない.

(3) 40 本のえんぴつを同じ本数ずつ分けたら, 2 本余った.

えんぴつを分け合った人数は, $\boxed{}$ 人, $\boxed{}$ 人のいずれかである.

(4) 40 を割ると余りが 2 になる数は, $\boxed{}$ か $\boxed{}$ しかない.

(5) 35 を割って余りが 5 になる数を全て書くと, $\left(\qquad\qquad\qquad\right)$ である.

(6) 50 を割ると余りが 6 になる数を全て書くと, $\left(\qquad\qquad\qquad\right)$ である.

4　確認問題その１

1. 次の数の倍数を, 小さい順に 5 つ書きなさい.

(1) 9　(2) 12

(3) 30　(4) 24

2. 次の数の約数を全て書きなさい.

(1) 10　(2) 15

(3) 18　(4) 28

(5) 32　(6) 50

3. 次の数の 100 より小さい倍数を全て書きなさい. また, 約数も全て書きなさい.

(1) 22

100 より小さい倍数 ______________________　約数 ______________________

(2) 36

100 より小さい倍数 ______________________　約数 ______________________

(3) 40

100 より小さい倍数 ______________________　約数 ______________________

4. 次の数の公倍数を, 小さい順に 3 つ書きなさい.

(1) $(15, 6)$

(2) $(7, 2)$

(3) $(10, 5)$

(4) $(25, 10)$

(5) $(18, 12)$

(6) $(14, 4)$

(7) $(10, 8)$

(8) $(14, 8)$

5.

- 8 は 2 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$, 2 は 8 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ になる. 5 は 15 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$, 15 は 5 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ になる.
- 18 は $\left\{\begin{matrix}9\text{ と }6\\3\text{ と }4\end{matrix}\right\}$ の公倍数, $\left\{\begin{matrix}9\text{ も }6\text{ も}\\3\text{ も }4\text{ も}\end{matrix}\right\}$ 18 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$.
- 6 は 24 の約数である, 6 の約数はすべて, 24 の約数に $\left\{\begin{matrix}\text{なる}\\\text{ならない}\end{matrix}\right\}$.

6. (1) まさおくんのクラスでは, 42 本のえんぴつを平等に分けることができました.

まさおくんのクラスの人数は, 42 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ でないといけない. もしクラスの人数が 20 人以上 29 人以下ならば, まさおくんのクラスは $\boxed{}$ 人です.

(2) あきらくんのクラスには 9 つの班があり, どの班も人数が同じです.

あきらくんのクラスの人数は, 9 の $\left\{\begin{matrix}\text{倍数}\\\text{約数}\end{matrix}\right\}$ でないといけない. もしクラスの人数が 20 人以上 40 人以下ならば, あきらくんのクラスは $\boxed{}$ 人か $\boxed{}$ 人です.

さらに, 6 グループある給食当番もすべて人数が同じなら, あきらくんのクラスは $\boxed{}$ 人です.

5　共通の約数 — 公約数, 最大公約数

5.1　「公約数」の中でもっとも大きな「最大公約数」

1.
- 12 の約数をすべて書くと (　　　　　) です.
- 9 の約数をすべて書くと (　　　　　) です.
- 12 の約数であり 9 の約数でもある数は, すべて書くと (　　　　　) です.
  これを 12 と 9 の**公約数**と言います.
- 12 と 9 の公約数で一番大きな数は $\boxed{}$ です. これを 12 と 9 の $\boxed{}$ と言います.

2.
- 20 の約数をすべて書くと (　　　　　) です.
- 16 の約数をすべて書くと (　　　　　) です.
- 20 と 16 の**公約数**をすべて書くと (　　　　　), **最大公約数**は $\boxed{}$ です.

3. どんな 2 つの数でも, $\boxed{}$ は公約数になります. だから「最小公約数」は考えません.

4.
- 18 と 12 の**公約数**を全て書くと (　　　　　) です.
  18 と 12 の**最大公約数**は 6 で, 6 の約数は (　　　　　) です.
- 27 と 18 の**公約数**を全て書くと (　　　　　) です.
  27 と 18 の**最大公約数**は 9 で, 9 の約数は (　　　　　) です.

> 2 つ以上の数の <u>共通の約数</u> を**公約数**, そのうち一番大きい値を**最大公約数**と言います.
> **最大公約数の約数を全て書くこと**と, **公約数を全て書くこと**は**同じ**です.

5. 次の 2 つの数の公約数をすべて書きなさい.

(1) (10, 15)　　(2) (18, 30)

(3) (21, 14)　　(4) (20, 32)

5.2 約数, 公約数, 最大公約数を利用した問題

1. バタークッキーが 24 枚, チョコレートクッキーが 32 枚ある. これを, 全員同じ枚数ずつに分けたい.

(1) 4 人で分けると,
バタークッキーは 1 人 $\boxed{}$ 枚ずつ, チョコレートクッキーは 1 人 $\boxed{}$ 枚ずつもらえる.

(2) 3 人で分けることを, バタークッキーは $\left\{\begin{array}{c}\text{でき}\\ \text{できず}\end{array}\right\}$, チョコレートクッキーは $\left\{\begin{array}{c}\text{できる}\\ \text{できない}\end{array}\right\}$.

(3) 人数が $\boxed{}$ の $\left\{\begin{array}{c}\text{倍数}\\ \text{約数}\end{array}\right\}$ ならば, バタークッキーを同じ枚数ずつ分けられる.

また, 人数が $\boxed{}$ の $\left\{\begin{array}{c}\text{倍数}\\ \text{約数}\end{array}\right\}$ ならば, チョコレートクッキーを同じ枚数ずつ分けられる.

だから, どちらも同じ枚数ずつに分けるためには, 人数が $\boxed{}$ でないといけない. それができる最大の人数は, $\boxed{}$ 人である.

2. 30 冊のノートと 50 本のえんぴつを平等に分けることができる, 最大の人数を答えなさい.
また, そのときもらえるノートとえんぴつは, 一人でいくつか.

3. (1) あるグループで, 26 枚のカードを配ると 2 枚余り, 30 枚のカードを配っても 2 枚余った.

- 26 枚のカードで 2 枚余ったので, グループの人数は $\boxed{}$ の約数になる.
- 30 枚のカードで 2 枚余ったので, グループの人数は $\boxed{}$ の約数になる.
- カードが 2 枚余ったので, グループの人数は $\boxed{}$ 人以下ではない.
- グループの人数は $\boxed{}$ と $\boxed{}$ の公約数であるので, グループの人数は $\boxed{}$ 人.
- 26 で割っても 30 で割っても 2 余る数は、 $\boxed{}$ である.

(2) 38 を割っても 45 を割っても 3 余る数はいくつでしょう.

(3) 37 を割ると 1 余り, 46 を割ると 4 余る数を全て答えなさい.

6 確認問題その２

1. 次の数の倍数を小さいほうから 3 つ書きなさい．また, 約数を全て書きなさい．

(1) 20　(2) 24　(3) 33

倍数 ____________　倍数 ____________　倍数 ____________

約数 ____________　約数 ____________　約数 ____________

2. 次の 2 つの数の公倍数を, 小さいほうから 3 つ書きなさい．また, 公約数を全て書きなさい．

(1) (12, 16)　(2) (20, 40)

公倍数 ____________　公倍数 ____________

公約数 ____________　公約数 ____________

3. 次の 2 つの数の最小公倍数と最大公約数を書きなさい．

(1) (15, 20)　(2) (30, 40)

最小公倍数 ________　最小公倍数 ________

最大公約数 ________　最大公約数 ________

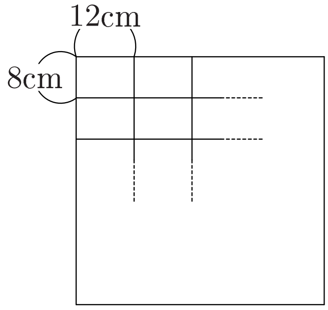
4. 次の問いに答えなさい．

(1) 100 より小さい 8 の倍数のうち, 最大の数を答えよ．

(2) 100 より小さい 6 の倍数は何個あるか．

(3) 50 を割り切る数を全て答えなさい．

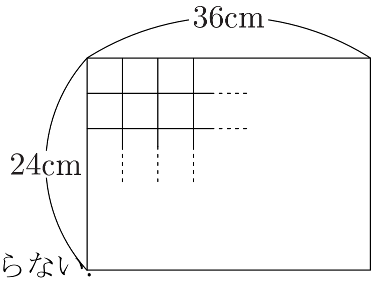
(4) 9 と 12 の公倍数のうち, 100 より小さい数は何個あるか．



5. 正方形の壁に, たてが 8cm, 横が 12cm の長方形のタイルを, 右の図のようにしきつめました. 次の問いに答えなさい.

(1) 次のうち, 正しいものを全て選びなさい.
（ア）壁の一辺が 40cm なら, タイルはぴったりおさまる.
（イ）壁の一辺が 8 の倍数にならないと, タイルがたてにちょうどおさまることはない.
（ウ）壁の一辺が 12 の倍数になっても, 横方向にタイルがおさまらないことがある.
（エ）壁の一辺が 8 の倍数にも, 12 の倍数にもならないと, タイルはぴったりおさまらない.

(2) タイルをぴったりしきつめられる正方形の壁のうち, 1 辺が最小のものは, 1 辺何 cm か. また, そのとき必要なタイルは, 何枚か.



6. たてが 24cm, 横が 36cm の長方形の紙を, 右の図のように同じ大きさの正方形に分けました.

(1) 次のうち, 正しいものを全て選びなさい.
（ア）正方形の一辺を 4cm にすると, 紙は余らない.
（イ）36 ÷（正方形の一辺の長さ）が割り切れるなら, 紙は余らない.
（ウ）正方形の一辺の長さが 24 の約数でも, 紙は余ることがある.
（エ）正方形の一辺を 24 と 36 の公約数にすれば, 紙は余らない.

(2) 紙が余らないような分け方のうち, 正方形の 1 辺が最大のものは, 1 辺何 cm か. また, そのとき紙は何枚に分かれるか.

7. 6 で割っても 9 で割っても 2 余る数のうち, 100 より小さい 2 桁の数を全て書きなさい.

8. 40 を割ると 4 余り, 50 を割ると 2 余る数を全て書きなさい.

7　大きな数同士の, 最大公約数と最小公倍数の求め方

7.1　最大公約数の求め方

準備　「ある数」の約数を掛け合わせても, やっぱりもとの「ある数」の約数になる.

このことを確かめなさい.

- 36 は 2 でも 3 でも $\left\{\begin{array}{c}\text{割りきれる}\\ \text{割りきれない}\end{array}\right\}$. だから $2\times 3=\square$ でも $\left\{\begin{array}{c}\text{割りきれる}\\ \text{割りきれない}\end{array}\right\}$.
- 60 は 3 でも 5 でも $\left\{\begin{array}{c}\text{割りきれる}\\ \text{割りきれない}\end{array}\right\}$. だから $3\times 5=\square$ でも $\left\{\begin{array}{c}\text{割りきれる}\\ \text{割りきれない}\end{array}\right\}$.

最大公約数の求め方　30 と 45 の最大公約数を求めてみよう.

$$\begin{array}{r|rrl} \mathbf{5} & 30 & 45 & \Leftarrow \text{30 も 45 も 5 で割れる, 割った結果を下に書く.} \\ \hline \mathbf{3} & 6 & 9 & \Leftarrow \text{6 も 9 も 3 で割れる, 割った結果を下に書く.} \\ \hline & 2 & 3 & \Leftarrow \text{2 と 3 の公約数は 1 しかないので, おしまい.} \end{array}$$

30 も 45 も, 5 と 3 で割れるが, それ以上は一緒に割れない. つまり最大公約数は $5\times 3=15$.

[結論] 上のような表を書き, **左に並んだ数を掛け合わせる**と, 最大公約数になる.

- 12 と 18 の最大公約数を求めなさい.

$$\begin{array}{r|rrl} 2 & 12 & 18 & \Leftarrow \text{12 も 18 も 2 で割れる, 割った結果を下に書く.} \\ \hline 3 & \square & \square & \Leftarrow \square \text{ も } \square \text{ も 3 で割れる, 割った結果を下に書く.} \\ \hline & \square & \square & \Leftarrow \square \text{ と } \square \text{ の公約数は 1 しかないので, おしまい.} \end{array}$$

12 も 18 も, 2 と 3 で割れるが, それ以上は一緒に割れない.

つまり最大公約数は $\square\times\square=\square$.

- 42 と 60 の最大公約数を求めなさい.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 42 & 60 \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

42 と 66 の最大公約数は $\square\times\square=\square$.

- 84 と 126 の最大公約数を求めなさい.

$$\begin{array}{r|rr} \square & 84 & 126 \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

84 と 126 の最大公約数は

$\square\times\square\times\square=\square$.

- 66 と 78 の最大公約数を求めなさい.

左側に同じ数字が出てきても, 一緒.

$$\begin{array}{r|ll} \mathbf{2} & 24 & 36 \\ \hline \mathbf{2} & 12 & 18 \\ \hline \mathbf{3} & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

24 も 36 も, 2 で 2 回, 3 で 1 回割れるが,
それ以上は一緒に割れない.
つまり最大公約数は $2 \times 2 \times 3 = 12$.

また, 素数で割らなくても, よい.

$$\begin{array}{r|ll} \mathbf{10} & 60 & 80 \\ \hline \mathbf{2} & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

最大公約数は $10 \times 2 = 20$.

- 45 と 90 の最大公約数を求めなさい.

$$\begin{array}{r|ll} 3 & 45 & 90 \\ \hline 3 & \square & \square \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

45 と 90 の最大公約数は
$3 \times 3 \times \square = \square$.

- 36 と 48 の最大公約数を求めなさい.

- 48 と 64 の最大公約数を求めなさい.

7.2　最小公倍数の求め方

準備　「ある数」の倍数の倍数は, やっぱりもとの「ある数」の倍数になる.
このことを確かめなさい.

$$\begin{tikzcd} 4 \arrow[r, "倍数"] \arrow[rr, bend right, "倍数"'] & 8 \arrow[r, "倍数"] & 24 \end{tikzcd}$$

- 8 は 4 の倍数, 24 は 8 の倍数. だから, □ も 4 の倍数になる.
- 4 を 3 倍すると 12, さらに 3 倍すると 36 で, □ も □ も □ の倍数になる.
- 6 と 8 の最大公約数は □ , 6 と 8 の最小公倍数は □ .

最小公倍数は, 最大公約数の $\left\{\begin{array}{c}倍数\\約数\end{array}\right\}$ になっている.

$$\begin{tikzcd} & 6 \arrow[dr, "倍数"] & \\ 2 \arrow[ur, "倍数"] \arrow[dr, "倍数"'] \arrow[rr, "\textbf{倍数}"] & & 24 \\ & 8 \arrow[ur, "倍数"'] & \end{tikzcd}$$

最小公倍数の求め方　30 と 42 の最小公倍数を求めてみよう.

$$\begin{array}{r|ll} \mathbf{2} & 30 & 42 \\ \hline \mathbf{3} & 15 & 21 \\ \hline & \mathbf{5} & \mathbf{7} \end{array}$$

30 と 42 の公倍数は, $2 \times 3 = 6$ の倍数でなければならない.
しかし, さらに 5 倍しないと 30 の倍数にならないし,
さらに 7 倍しないと 42 の倍数にならない.

つまり, 30 と 42 の公倍数は, 6 の倍数の 5 倍の, 7 倍になる.
そのような数のうち一番小さいのは, $6 \times 5 \times 7 = 210$. つまり 30 と 42 の最小公倍数は 210.

[結論] 上のような表を書き, **左と下に並んだ数を全て掛け**ると, 最小公倍数になる.

- 24 と 30 の最小公倍数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|cc} 2 & 24 & 30 \\ \hline 3 & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

これより，最小公倍数を計算すると，

$2 \times 3 \times \square \times \square = \square$ となる．

- 36 と 45 の最小公倍数を求めなさい．

$$\begin{array}{r|cc} 3 & 36 & 45 \\ \hline \square & \square & \square \\ \hline & \square & \square \end{array}$$

これより，最小公倍数を計算すると，

$3 \times \square \times \square \times \square = \square$ となる．

- 32 と 40 の最小公倍数を求めなさい．

- 40 と 56 の最小公倍数を求めなさい．

7.3 まとめ

1. 次の 2 数の最小公倍数と最大公約数を求めなさい．

(1) (36, 48)

最小公倍数 ＿＿＿＿＿＿

最大公約数 ＿＿＿＿＿＿

(2) (60, 75)

最小公倍数 ＿＿＿＿＿＿

最大公約数 ＿＿＿＿＿＿

2.

- 8 と 9 の公約数をすべて書くと $\left(\qquad \right)$，最大公約数は $\square$ です．
- 8 と 9 の最小公倍数は $\square$ です，これは 8 と 9 を $\square$ 算した答えと同じです．

3. 次の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる数字を答えなさい．

- 54 と 72 の**最大公約数**は $\boxed{\text{ア}}$ であり，

$$\begin{array}{r|cc} \mathbf{9} & 54 & 72 \\ \hline \mathbf{2} & 6 & 8 \\ \hline & \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{array}$$

$54 = \boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{イ}}$，　$72 = \boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{ウ}}$

- 54 と 72 の**最小公倍数**は $\boxed{\text{エ}}$ であり，

$\boxed{\text{エ}} = 54 \times \boxed{\text{オ}}$，　$\boxed{\text{エ}} = 72 \times \boxed{\text{カ}}$

ア ＿＿＿　イ ＿＿＿　ウ ＿＿＿　エ ＿＿＿　オ ＿＿＿　カ ＿＿＿

7.4 [発展] 3 つの数の最大公約数と最小公倍数の求め方

最大公約数の求め方は同じ 30 と 48 と 60 の最大公約数を求めてみよう.

3 つとも割れる数だけで割ればよい.

$$\begin{array}{r|rrrl} \mathbf{2} & 30 & 48 & 60 & \Leftarrow \text{すべて 2 で割り切れる} \\ \hline \mathbf{3} & 15 & 24 & 30 & \Leftarrow \text{すべて 3 で割り切れる} \\ \hline & 5 & 8 & 10 & \Leftarrow \text{5 と 8 と 10 を同時に割り切るような数は 1 しかないので, これでおしまい.} \end{array}$$

左に並んだ数字を掛け合わせて, 最大公約数は $2 \times 3 = 6$

- 54 と 72 と 90 の最大公約数を求めなさい.
- 112 と 140 と 154 の最大公約数を求めなさい.

最小公倍数の求め方は, 少し違う 30 と 48 と 60 の最小公倍数を求めてみよう.

2 つ割れるだけでも割る. 3 つ全部割れなくてもよい.

$$\begin{array}{r|rrrl} \mathbf{2} & 30 & 48 & 60 & \\ \hline \mathbf{3} & 15 & 24 & 30 & \\ \hline \mathbf{5} & 5 & 8 & 10 & \Leftarrow \text{5 と 10 はどちらも 5 で割れる（8 は割れないのでそのままにしておく）} \\ \hline \mathbf{2} & 1 & 8 & 2 & \Leftarrow \text{8 と 2 はどちらも 2 で割れる（1 は割れないのでそのままにしておく）} \\ \hline & 1 & 4 & 1 & \end{array}$$

左と下に並んだ数字を全て掛け合わせて, 最小公倍数は $2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 1 \times 4 \times 1 = 240$

> なぜ, 上のように求められるか？左下の式を見ながら考えてみよう.
>
> $30 = \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \underline{5}$
>
> $48 = \mathbf{2} \times \mathbf{3} \qquad \times \underset{\sim}{2} \times 2 \times 2$
>
> $60 = \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \underline{5} \times \underset{\sim}{2}$
>
> 左のように, **素数だけの掛け算に分解する**ことを「**素因数分解**」という. どの数も, 素因数分解は 1 通りしかない（ 1 は素数でないことに注意）.
>
> $6 = 2 \times 3$
>
> $240 = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2$
>
> 素因数分解をすると, ある数が何の倍数なのか, や, 公倍数・公約数などが簡単に分かる.

- 54 と 72 と 90 の最小公倍数を求めなさい.
- 112 と 140 と 154 の最小公倍数を求めなさい.